

Cours de Vincennes-St Denis, 27 janvier 1987, Leibniz et le baroque -- Les principes et la liberté
(3) : Récits du compossible et de l'impossible, et une intervention d'un
chercheur invité sur les voisinages et les singularités

Transcription augmentée, Charles J. Stivale¹

Il faudrait travailler d'autant plus que notre séance est courte parce que j'ai des réunions indispensables pour votre avenir. J'ai des réunions à partir de midi. Donc, ce sera une séance plus courte.

Voilà où nous en sommes. La première chose que je voudrais... Nous nous trouvons devant comme trois questions, trois questions à préciser. Puis il suffit de les préciser pour que, moi, je sois content. Elles nous servent de conclusion, ces trois questions.

La première question, nous l'avons vu la dernière fois, c'est l'extrême importance de la notion de singularité, [1 :00] et je crois que singularité ou point singulier, c'est une notion d'origine mathématique qui apparaît avec les débuts de la théorie des fonctions. Les historiens des mathématiques considèrent, à juste titre, que la théorie des fonctions est, sans doute, la première grande formulation dont dépend ce qu'on peut appeler mathématiques modernes, la théorie des fonctions analytiques. Or Leibniz est à la base de cette théorie des fonctions. [2 :00]

L'importance de Leibniz en mathématiques est sans doute que dans ses œuvres mathématiques il élabore une théorie des fonctions à laquelle il n'y aura, je ne dis pas plus rien à développer, mais à laquelle il y aura très peu à changer. Donc c'est un acte mathématique fondamental, qui oriente les mathématiques vers une théorie des fonctions.

Or les points singuliers ou les singularités sont l'instrument essentiel de cette théorie; seulement Leibniz ne se contente pas d'être sans doute le premier grand mathématicien à développer toute une théorie des fonctions, je ne dis pas qu'il l'invente. Evidemment c'est au dix-septième siècle que se dessinent les rudiments d'une grande théorie des fonctions, [3 :00] mais non seulement il est cela, Leibniz, mais le concept de singularité va essaimer et devient chez lui un concept philosophico-mathématique, et en quel sens? Au sens exact ou -en gros- nous pouvons dire: les singularités – vous vous attendez bien qu'il y en ait beaucoup ; on a déjà vu qu'il y en avait de plusieurs sortes -- et ce sera un objet pour nous que classer les singularités, au sens leibnizien du terme singularité. Or au premier sens du mot singularité, qu'est-ce qu'une singularité pour Leibniz? Je dirais très sommairement qu'une singularité c'est une inflexion, ou si vous préférez un point d'inflexion; or le monde est la série infinie des inflexions. Le monde est la série infinie des inflexions possibles. Tout ça, on l'a vu. Donc, [4 :00] ma première question-conclusion c'est : qu'est-ce qu'une singularité, ou qu'est-ce qu'un point singulier, une fois dit que-en gros- nous pouvons dire qu'une singularité c'est une inflexion, ou bien une singularité c'est là où se passe quelque chose dans une courbe ?

Donc notre idée, depuis le début, de la surface à courbure variable qui est le thème fondamental qui nous a paru être celui de Leibniz, est inséparable d'une technique et d'une philosophie des singularités et des points singuliers. Je n'ai pas besoin d'insister, je pense, sur la nouveauté du [5 :00] sens d'une telle notion, car bien sûr avant, la logique connaissait l'universel, le général, le

particulier, le singulier. Mais la singularité au sens de point singulier où ce qui arrive a une ligne, ça c'est quelque chose de tout à fait nouveau, et en effet c'est d'origine mathématique. Alors dès ce niveau là je peux définir alors philosophiquement un événement comme un ensemble de singularités. Je dirais à ce moment là que la notion n'est même plus seulement d'origine mathématique, mais d'origine physique. Un point critique en physique, [6 :00] évaporation, cristallisation, tout ce que vous voulez, un point critique en physique se présente comme une singularité. Tout ça, vous le sentez, c'est déjà tout un ensemble de problèmes, l'avènement de cette notion mathématico-physico-philosophique, le point singulier, faisons en hommage à Leibniz.

Voilà un premier groupe de questions qui, pour nous, sont bien lancées; mais vous sentez que c'est matière à développement, à recherche.

Deuxième question, ou deuxième pressentiment que nous avons: peut-être que entre deux singularités il y a un type de rapport tout à fait original, et une logique de l'événement exige [7 :00] que ce type de rapport soit spécifié; Qu'est-ce qu'un rapport, et de quel type sont les rapports entre singularités. et la dernière fois j'ai avancé une hypothèse à partir de l'idée suivante : c'est qu'une notion aussi bizarre que celle que Leibniz instaure en nous disant : si vous prenez un ensemble de possibles, il ne sont pas forcément compossibles, donc la relation de compossibilité et d'incompossibilité serait ce type de relation entre singularités. [8 :00] "Adam non pécheur" est impossible avec le monde où Adam a péché. Encore une fois c'est ça qui m'importe, comprenez bien, "Adam non-pécheur " est contradictoire avec "Adam pécheur ", mais il n'est pas contradictoire avec le monde où Adam a péché. Simplement entre le monde où Adam a péché et le monde où Adam ne pêche pas, il y a impossibilité. Donc la situation de Dieu quand il crée le monde est très bizarre, vous voyez, et ça fait partie des idées les plus célèbres de Leibniz. La situation de Dieu quand il crée le monde c'est que Dieu se trouve [9 :00] dans la situation où il choisit entre une infinité de mondes possibles, il choisit entre une infinité de mondes également possibles, mais qui ne sont pas compossibles les uns avec les autres. Dans l'entendement de Dieu il y a une infinité de mondes possibles et Dieu va choisir, parmi ces mondes possibles, qui ne sont pas compossibles les uns avec les autres, il va choisir l'un d'entre eux.

Lequel ? Heureusement on n'a pas encore à s'occuper de cette question, mais c'est facile à deviner, la réponse de Leibniz; il va choisir le meilleur, le meilleur. Il va choisir le meilleur des mondes possibles. Il ne peut pas les choisir tous à la fois ; [10 :00] ils sont impossibles. Il va donc choisir le meilleur des mondes possibles, idée très, très curieuse, mais qu'est ce que veut dire le meilleur, et comment est-ce qu'il choisit le meilleur? Il faut bien une espèce de calcul! Qu'est-ce que ce sera le meilleur des mondes possibles, et comment est-ce qu'il le choisit? Est-ce que Leibniz ne va pas s'inscrire dans une longue théorie de philosophes pour qui l'activité supérieure est le jeu? Seulement dire que, pour beaucoup de philosophes, l'activité supérieure ou divine est le jeu, ce n'est pas dire grand chose, parce qu'il s'agit de savoir de quel jeu il est question? Et tout change suivant la nature du jeu. Il est bien connu que déjà Héraclite invoquait le jeu de l'enfant-joueur, mais tout dépend à quoi qu'il joue, l'enfant-joueur. [11 :00] Est-ce que le Dieu de Leibniz joue au même jeu que l'enfant d'Héraclite ? Est-ce que ce sera le même jeu que Nietzsche invoque? Est-ce que ce sera encore le même jeu que celui de Mallarmé?

Leibniz nous forcera à faire une théorie des jeux, même pas à faire une théorie des jeux, lui-même ça le passionnait. Au dix-septième siècle commencent les grandes théories des jeux. Leibniz y prêtera son concours, et j'apporte la remarque érudite suivante, c'est que Leibniz connaît le "go", c'est très intéressant ça [*Rires*], il connaît le go, et dans un petit texte très étonnant il fait un parallèle entre le go et les échecs, [12 :00] et il dit que, finalement, il y a deux sortes de jeux. Il ne le nomme pas "go", il dit "un jeu chinois", et il dit que la grande différence entre le go et les échecs - et il dit une chose très juste-, c'est que les échecs ça fait partie des jeux où il s'agit de prendre. On prend les pièces. Remarquez, on ne les prend pas de la même manière ; vous voyez déjà la classification des jeux qui s'esquisse. On ne les prend pas de la même manière aux échecs et aux dames, donc il y a plusieurs modes de capture; mais c'est des jeux de capture. Tandis que le go il s'agit d'isoler, de neutraliser, d'entourer, pas du tout de prendre, d'inactiver. Alors je dis "remarque érudite", c'est que dans les éditions [13 :00] de Leibniz du dix-neuvième siècle, le jeu de go est si peu connu que, à propos de ce texte de Leibniz, il y a une note, par exemple dans le Couturat, au début du vingtième siècle, Couturat qui est un très bon spécialiste à la fois des mathématiques et de Leibniz, il y a une note de Couturat sur l'allusion de Leibniz à ce jeu chinois, il dit que ça renverrai à, il décrit un peu et il dit "d'après ce que nous a dit un spécialiste de la Chine". Donc c'est très curieux puisque d'après la note de Couturat le go n'était pas du tout connu à ce moment là. Son importation en France est très récente. Enfin bon, voilà que je perds du temps. [*Rires*] C'était pour vous dire...pour vous dire quoi? Oui, [14 :00] à l'issue de quel calcul, de quel jeu, Dieu va-t-il choisir un monde déterminable comme le meilleur ? Bon, ça on laisse de côté parce que ce n'est pas difficile, la réponse n'est pas difficile, et pour le moment on nage dans le difficile.

Ce qui nous importe, et c'est ma seconde question, c'est : quel est le type de relation qui permet de définir la compossibilité et l'impossibilité? La dernière fois j'étais bien forcé de dire que les textes de Leibniz manquaient un peu à cet égard, mais qu'on avait le droit de tenter une hypothèse, et l'hypothèse que nous tentions était celle-ci: est-ce qu'on ne pourrait pas dire que il y a compossibilité entre deux singularités lorsque le prolongement de l'une [15 :00] jusqu'au voisinage de l'autre donne lieu à une série convergente, et au contraire, impossibilité, lorsque les séries divergent ? Ce serait donc la convergence et la divergence des séries qui me permettraient de définir la relation de compossibilité et d'impossibilité. Donc la compossibilité et l'impossibilité seraient les conséquences directes de la théorie des singularités. C'est mon second problème, car j'insiste là-dessus, c'est des problèmes. C'est le second problème que l'on pouvait tirer de notre séance précédente.

Troisième problème, et dernier problème, c'est que, dès lors, j'avais au moins [16 :00] -- avantage inappréciable...mais on va voir --, j'avais au moins une dernière hypothèse sur cette question fondamentale chez Leibniz : qu'est ce que l'individualité ou l'individuation? pourquoi est-ce une question fondamentale chez Leibniz? On l'a vu, déjà. S'il est vrai que toute substance est individuelle, s'il est vrai que la substance c'est la notion individuelle désignée par un nom propre, vous, moi, César, Adam, etc. La question "en quoi consisté l'individuation", qu'est-ce qui individue la substance si toute substance est individuelle, devient fondamentale. Ma réponse [17 :00] ou mon hypothèse était celle-ci: est-ce qu'on ne peut pas dire que l'individu, la substance individuelle, c'est une condensation, c'est un condensé de singularités compossibles, c'est à dire convergentes ? Ce serait enfin une définition de l'individu, il n'y a rien de plus difficile à définir

que l'individu. Si ça peut se dire, je dirais alors-presque, que les individus ce sont des singularités de seconde espèce.

Qu'est-ce que ça voudrait dire, un condensé de singularités? Par exemple, l'individu Adam je le définis par première singularité, et je reprends les textes des lettres à Arnauld : "premier homme"; deuxième singularité, "dans un jardin"; troisième singularité: "avoir une femme née de sa propre côte"; quatrième singularité: "avoir succombé à la tentation". Vous voyez sortes de [*Web Deleuze lacune I*] problèmes : est-ce que pour définir un individu il faut un nombre infini de singularités ou pas ? Là c'est un problème. Je ne peux définir l'individu comme un condensé de singularités que si la singularité n'implique pas déjà l'individu. Du coup, ça m'intéresse beaucoup. En effet, la singularité n'implique pas déjà l'individu. [19 :00] L'individu, c'est quoi ? C'est le sujet qui enveloppe des singularités ; c'est le sujet qui inclut des singularités. C'est l'âme, on l'a vu. [*Pause*] Mais, [*Fin de Web Deleuze lacune I*] elle préexiste au sujet, en quel sens? Il y a une expression parfaite pour nous, on dira des singularités qu'elles sont pré-individuelles.

Dès lors il n'y a aucun cercle vicieux, ce qui serait tout à fait fâcheux, à définir l'individu comme un condensé de singularités si les singularités sont pré-individuelles. "Condensé" signifie quoi? Toutes sortes de texte de Leibniz nous disent et nous rappellent que les points [20 :00] ont la possibilité de coïncider, c'est même pour ça que les points ne sont pas des parties constituantes de l'étendue. Si j'ai un nombre infini de triangles, par exemples, ou d'angles, si j'ai un nombre infini d'angles, je peux faire coïncider leurs sommets. Je dirais que "condensé de singularités" signifie que les points singuliers coïncident. L'individu est un point comme dit Leibniz, mais un point métaphysique ; le point métaphysique c'est la coïncidence d'un ensemble de points singuliers. D'où l'importance - et ça c'est ce qu'on a fait depuis le début, mais je tiens à le justifier perpétuellement-, il est bien entendu que Leibniz nous répète tout le temps: il n'y a que les substances [21 :00] individuelles. Finalement il n'y a de réel -- entendez -- il n'y a de réel que les substances individuelles. [*Pause*] Mais ça n'empêche pas, on l'a vu , et c'est ce qu'on a fait, il fallait partir du monde, c'est à dire: il fallait partir de l'inflexion. Il fallait partir de la série infinie des inflexions.

C'est seulement en second lieu qu'on s'apercevait que les inflexions - ou le monde lui-même - n'existent que dans les substances individuelles qui l'expriment. Mais ça n'empêche pas que les substances individuelles résultent du monde, [22 :00] c'est ce que je vous disais, il faut maintenir absolument les deux propositions à la fois: les substances individuelles sont pour le monde, et le monde est dans les substances individuelles. Ou, comme dit Leibniz: Dieu n'a pas créé "Adam pécheur" - ça c'est le texte clef pour moi puisque, sans ce texte, tout ce qu'on a fait, notre ordre que nous avons suivi dans le premier trimestre, c'est à dire aller du monde à la substance individuelle, ne serait pas valable. Dieu n'a pas créé "Adam pécheur", il a créé le monde où Adam a péché, une fois dit que le monde où Adam a péché n'existe que dans les notions individuelles qu'il exprime, celle d'Adam et celles de nous tous qui vivons sous le péché originel.

Bon. [23 :00] Alors vous voyez. Mon troisième point c'est toute cette sphère du problème de l'individuation où je crois que Leibniz est, là aussi, le premier. Si je résume les trois points, je dis que, parmi toutes les choses fondamentales que Leibniz apporte à la philosophie, il y a premièrement l'irruption de la notion mathématico-physico-philosophique de singularité, à quoi

répond mon problème, "mais en fin de compte qu'est-ce qu'une singularité ?" parce qu'on n'en aura jamais fini avec la singularité comme élément constituant des événements. Une logique des événements, une mathématique des événements, c'est une théorie des singularités. Or ça se confond en mathématiques avec la théorie des fonctions, [24 :00] mais nous réclamons non seulement une théorie des fonctions, mais nous réclamons aussi une logique de l'événement.

Deuxième point: les types de relations d'une singularité à une autre, compossibilité, impossibilité, séries convergentes, séries divergentes, et quelles sont les conséquences de cela pour l'Entendement de Dieu, et pour la création du monde, et pour le jeu de Dieu, si Dieu crée, c'est à dire choisit le meilleur des mondes par une espèce de calcul ou de jeu ? Troisième point: qu'est-ce que l'individualité si on part de l'idée qu'elle condense un certain nombre de singularités, ou bien une infinité de singularités, etc... Ces singularités étant -dès lors- nécessairement pré-individuelles ? [25 :00]

Ca fait trois rudes problèmes. Je voudrais juste – avant, là c'est tout facile, avant que je demande à ceux qui sont plus compétents que moi -- en tirer des conséquences reposantes de tout ça. Vous voyez cette situation très curieuse, le compossible, l'impossible. Dans L'Entendement de Dieu, s'agite une infinité de mondes possibles. Là Leibniz y va à fond. Je demande pardon à ceux qui étaient là il y a deux ans, j'ai déjà parlé de ça à propos d'autre chose, à propos d'un problème concernant le vrai et le faux, et là il faut de toute évidence que je le reprenne, mais je vais le faire assez vite. [26 :00] Je parle pour ceux qui n'étaient pas là.

Il y a trois textes fondamentaux que vous devez considérer; le premier est très célèbre, c'est celui de Leibniz lui-même, *La Théodicée*. Dans *La Théodicée*, troisième partie, paragraphes 413, c'est un texte éminemment baroque, pour reprendre notre thème. Qu'est-ce qu'on appelle un récit baroque? Par exemple Gérard Genette, d'autres critiques, se sont occupés de ça, [27 :00] et en gros, ils sont tous d'accord pour nous dire ceci que ce qui caractérise les récits baroques-à première vue, immédiatement-, c'est avant tout l'emboîtement des récits les uns dans les autres, d'une part, et d'autre part la variation du rapport narrateur/narration, les deux ne faisant qu'un. A chaque récit emboîté dans un autre correspond, en effet un rapport narrateur/narration d'un type nouveau. Si vous prenez, à partir du paragraphe 413, l'histoire très curieuse que Leibniz raconte, et qui est belle comme tout [28 :00] -- dans *La Théodicée* --, vous verrez que c'est typiquement un récit baroque car, il part d'un dialogue entre un philosophe de la renaissance qui s'appelle Valla, [*Fin de la bande Web Deleuze, lacune 2*] un dialogue entre Valla et Antoine sur le thème, "Dieu est-il responsable du mal ?" Et dans ce dialogue [*Fin de Web Deleuze lacune 2*] un personnage romain est invoqué, Sextus, le dernier roi de Rome qui a montré de mauvaises passions, et qui notamment a violé Lucrece. [29 :00] Certains disent que c'est son père qui a violé Lucrece, mais enfin dans la tradition que Leibniz retiens c'est Sextus qui viole Lucrece. Et la question est: est-ce que c'est la faute de Dieu. Est-ce que Dieu est responsable du mal?

A ce premier récit, le dialogue Valla-Antoine, dans ce premier récit s'emboîte un second récit qui est Sextus allant consulter Apollon, pour lui dire mais enfin, Apollon, qu'est-ce qui va m'arriver? Puis se juxtapose [30 :00] un troisième récit : Sextus est insatisfait de ce que lui dit Apollon, et il va trouver Jupiter lui-même. Il s'adresse à Jupiter lui-même pour avoir une réponse de première main. Variations du récit. Là, dans l'entrevue Sextus-Jupiter, il y a un nouveau personnage qui est Théodore le grand sacrificateur, Théodore le grand sacrificateur aimé de Jupiter. et nouveau

récit, c'est Théodore qui a assisté au dialogue de Sextus et de Jupiter, [31 :00] il dit à Jupiter: quand même tu ne lui a pas bien répondu. Jupiter lui dit: va voir ma fille Pallas. Donc c'est le dernier récit imbriqué dans les autres récits: Théodore va voir Pallas, la fille de Jupiter. Vous voyez que ça fait un emboîtement considérable. Et là! [*Deleuze éclate de rire*], il s'endort, Théodore! C'est typiquement baroque. Les romans baroques [sont] complètement comme ça. Donc je ne peux pas ne pas croire que Leibniz... Il sait parfaitement ce qu'il fait; dans cette fin de *La Théodicée* qui est complètement folle, il sait parfaitement ce qu'il fait. C'est une grande imitation baroque et, encore une fois, il le sait. [32 :00]

Donc Théodore s'endort, mais il rêve. Il rêve qu'il parle à Pallas, et voilà que Pallas lui dit: viens et suis-moi! On n'a pas fini. Viens et suis-moi. Elle l'emmène voir une splendide pyramide transparente. C'est le rêve de Théodore. C'est le palais des destinées. Donc commence un thème architectural qui doit faire notre joie. Le palais des destinées, dont j'ai la garde, dit Pallas. Elle dit que Jupiter vient parfois, il vient quelque fois visiter ces lieux pour se donner le plaisir de récapituler les choses [33 :00] et de renouveler son propre choix. Dieu vient visiter cette architecture, cette architecture transparente. Qu'est-ce que c'est que cette architecture transparente? C'est une immense pyramide, qui a bien un sommet, mais qui n'a pas de fin.

Vous sentez tout de suite venir quelque chose. Ça, on retrouvera ce thème plus tard, mais ce n'est pas du tout facile. Ça veut dire que, dans l'infinité des mondes possibles, il y a bien un monde qui est le meilleur, mais il n'y en a pas qui soit le pire. Du côté du bas on va à l'infini, mais pas du côté du haut. Il y a un maximum mais il n'y a pas de minimum. Ça nous intéresse parce qu'il faut tout prendre mathématiquement. On verra [34 :00] que, dans les listes de tout ce qui est « point singulier », il y a un moment où surgira, -- pas du tout pour le moment ; on n'a pas encore rencontré ça --, où surgir[a] l'idée qu'il y a des maxima et des minima. Je crois que les maxima et les minima ne sont pas de même sorte, chez Leibniz. Au niveau des mondes il y a bien un monde qui est le meilleur, mais il n'y a pas de monde qui soit le pire. Il y a un maximum ; il n'y a pas de minimum.

J'ai donc ma pyramide sans fin mais qui a un sommet, et tout à fait en haut...mais remarquez ça pose un problème; le texte est splendide, vous le lirez j'espère, ça pose un problème parce que comment l'organiser, même si j'essaie de faire le dessin. J'ai ma pyramide. Tout à fait en haut il y a un appartement- "appartement" est le mot que Leibniz emploie. [35 :00] Vous vous rappelez nos histoires, l'étage du dessus, l'étage du dessous, tout ça, vous allez voir tout ça repris dans ce texte admirable. Il y a un appartement qui se termine en pointe, si je comprends bien, il occupe toute la région supérieure de la pyramide. Et dans cet appartement vit un Sextus. Bon. Et puis, en-dessous, nous dit Leibniz, il y a d'autres appartements. Alors ça se complique. Je regarde tous ces appartements et ce n'est pas facile, comment ils s'organisent? A mon avis il n'est pas possible qu'il y en ait qui aient la tête en bas, en d'autres termes, saisissez: comment remplir une pyramide et avec quelles [36 :00] figures. Je dirais quelle est la figure des appartements? C'est un problème que les mathématiciens connaissent bien et qui est un problème passionnant.

Au niveau le plus simple, une surface étant donnée, [*Lacune 1 de la BNF*] comment la diviser de telle manière que il n'y ait aucune partie vide? Plus simplement comment paver un espace? Les problèmes de pavage, là aussi c'est des problèmes d'architecture, mais aussi des problèmes de mathématiques. Par exemple est-ce que vous pouvez paver un cercle avec des cercles, ou est-ce

qu'il y aura des parties vides? Une surface étant donnée avec quoi pouvez vous la paver? ça à l'air de rien le métier de paveur, mais c'est un des plus beaux métiers du monde, hein. C'est une activité divine, le pavage. La preuve c'est que [Fin de la BNF lacune 1] Leibniz, dans un texte célèbre intitulé "De l'origine radicale des choses" -- car il avait le génie des titres ; quoi de plus beau que d'écrire un livre intitulé: "De l'origine radicale des choses ", surtout quand ce livre a quinze pages ? [Rires] Et bien, Leibniz évoque explicitement, à propos de la création du monde par Dieu, le pavage. C'est à dire qu'il suppose -- ce à quoi, d'ailleurs, il ne croit pas, mais peu importe -- il suppose que l'espace soit assimilable à une surface donnée, et il dit: Dieu choisit nécessairement le monde [37 :00] qui remplit le mieux et au maximum cet espace. En d'autres termes Dieu choisit le monde qui pave le mieux l'espace de la création.

Donc comment est-ce que je vais paver ma pyramide d'appartements de telle manière qu'il n'y ait pas de vide? C'est intéressant, et je crois avec condition, s'il faut supposer, si ce soit des petites pyramides, qu'aucun appartement n'ait la pointe en bas, sinon ça ne va pas. Vous voyez, c'est pour vous ouvrir des problèmes immenses que je dis tout ça. Mais alors dans les appartements plus bas, voyez chaque appartement, [38 :00] nous dit Leibniz, je ne sais plus où, mais croyez-moi, chaque appartement est un monde. [Deleuze cherche le passage exact, sans pouvoir le trouver d'abord] Non, bon... Ah, je retrouve le texte, hé hé : "Là-dessus la déesse Pallas mena Théodore dans un des appartements. Quand il y fut, ce n'était plus appartement, c'était un monde". J'ai l'impression que c'est l'entrée [39 :00] dans le baroque. Vous entrez dans la pièce baroque et en même temps que vous y entrez, ce n'est plus une pièce, c'est un monde. Alors, vous avez un premier appartement où vous avez un Sextus, et puis vous avez un autre appartement, en bas, -- il n'y a pas d'étage assez bas, il y a toujours des étages plus bas, mais il y a un étage qui est le plus haut. Donc à l'étage d'en haut vous avez un Sextus, dans les étages suivants vous avez d'autres Sextus. Pressentez le problème: pourquoi c'est des Sextus; ça va être un problème pour nous.

Alors là où ça se complique, mais tout m'importe dans ce texte qui est tellement gai -- [40 :00] il dit: chacun des Sextus, dans les appartements, a un chiffre sur le front, un chiffre, 3000, 10,000, alors comme c'est infini par le bas vous avez un Sextus qui a le chiffre 100,000. Celui de l'appartement d'en haut il a 1. Pourquoi est-ce qu'il a un chiffre? C'est que en même temps -- vous vous rappelez ce que je vous avais dit -- la pièce d'en haut était un cabinet de lecture, dans le baroque. Eh bien, il y a dans chaque appartement un grand volume d'écritures. [Deleuze lit avec ferveur] "Théodore ne put s'empêcher de se demander [41 :00] ce que ça voulait dire? Pourquoi qu'il y a un grand volume d'écritures? C'est l'histoire de ce monde, répond Pallas. C'est l'histoire de ce monde où nous sommes maintenant en visite, lui dit la déesse. C'est le livre de ses destinées. Vous avez vu un nombre sur le front de Sextus, cherchez dans ce livre l'endroit qu'il marque. Théodore le chercha et il trouva l'histoire de Sextus, toute l'histoire de Sextus. Pourtant je voyais déjà Sextus dans son appartement transparent," ah oui! Hé oui, je le voyais, et il mimait une séquence; par exemple il violait Lucrèce, [42 :00] ou bien plus convenable, il se faisait couronner roi de Rome. Ça, je le voyais; théâtre. Mais il n'y met pas tout. En d'autres termes: l'ensemble du monde auquel ce Sextus-là appartient, c'est à dire l'ensemble du monde avec lequel ce Sextus là, celui qui viole Lucrèce et qui se fait couronner roi de Rome, avec lequel ce Sextus est compossible, je ne le voyais pas, je le lis dans le livre. Vous voyez la combinaison lire-voir propre au baroque, là aussi, ce qu'on a appelé la dernière fois l'emblème, en disant que le baroque est emblématique, [43 :00] on le retrouve complètement ici.

Revenons. Là je vagabonde – Alors le Sextus d'en haut, bon. Mais en bas, je vois un Sextus qui va à Rome, mais renonce à se faire couronner. Comme dit Leibniz il s'achète un petit jardin et devient un homme riche et respecté. C'est un autre Sextus, il a un autre chiffre sur son front. Je dirais: ce Sextus numéro deux est impossible avec l'appartement du haut, avec le monde plus haut, avec le monde 1. Et puis je vois un troisième Sextus, qui renonce à aller à Rome, [44 :00] et il va ailleurs, en Thrace, et il se fait couronner roi de Thrace. Il ne viole pas Lucrèce. Bon, supposons etc., etc. ... à l'infini. Vous voyez tous ces mondes sont possibles, mais ils sont impossibles entre eux. Ça veut dire quoi? Ça veut dire qu'il y a divergence, il y a un moment où ça diverge. Pourquoi est-ce que c'est tous des Sextus? Là on reprendra le problème parce que c'est très important, mais on peut déjà supposer que c'est parce que un petit nombre de singularités leurs sont communes. [45 :00] Tous sont fils de Tarquin, et successeurs du roi de Rome; mais dans un cas il succède à son père effectivement, dans un autre cas il renonce à la succession et quitte Rome, dans un autre cas il renonce à la succession mais reste à Rome. Vous voyez que les divergences ne passent pas d'un monde à l'autre, les divergences qui définissent l'impossibilité ne passent pas nécessairement au même endroit. C'est ça qui est très important: j'ai un réseau de divergences qui ne commencent pas à la même singularité, ou qui ne commencent pas au passage de la même singularité avec une autre. Voilà, alors vous avez ce tableau extrêmement joyeux des mondes impossibles, [46 :00] un ensemble de compossibilité, un ensemble de singularités compossibles définissant un monde, et Dieu choisit, il choisit le meilleur des mondes possibles dans tout ça.

Alors je disais, c'est là où très vite je veux juste faire allusion à deux textes fondamentaux, vous trouverez deux textes littéraires typiquement leibniziens. L'un ne fait aucun problème puisque l'auteur en est extrêmement savant et a fait une version typiquement leibnizienne, c'est curieux d'ailleurs, mais il n'a pas besoin de la citer, c'est Borges, sous le titre "Le jardin aux sentiers qui bifurquent." [Rires] [47 :00] L'impossibilité est devenue, sous la plume de Borges, la bifurcation, les sentiers qui bifurquent. Je lis juste... Vous vous rapportez... C'est dans le volume intitulé *Fictions*, "Le jardin aux sentiers qui bifurquent." [Pause] Je lis un passage. Il raconte un roman qu'a fait un mystérieux auteur Chinois: [48 :00] "D'habitude, dans les fictions, chaque fois que diverses solutions se présentent, l'homme en adopte une et élimine les autres" -- Remarquez que c'est exactement la situation du Dieu de Leibniz: entre les mondes impossibles, il en adopte un et élimine les autres – "Dans la fiction du presque inextricable Tsui Pen, il les adopte toutes" -- Imaginez un Dieu Leibnizien pervers, il ferait passer à l'existence tous les mondes impossibles. Que dirait Leibniz? Leibniz dirait que c'est impossible! Mais pourquoi est-ce que c'est impossible? Parce que, à ce moment là, Dieu renoncerait à son principe favori qui est le principe du meilleur. Choisir le meilleur. Supposez un Dieu qui n'ait pas le souci du meilleur, ce qui est impossible évidemment, impossible, [49 :00] mais supposez un tel Dieu, alors on tombe de Leibniz en Borges – "il crée ainsi divers avenir, divers temps qui proliférant et bifurquent". De la les contradictions du roman : "Fang, par exemple" -- c'est un personnage comme Sextus – "détient un secret. Un inconnu frappe à sa porte. Fang décide de le tuer. Naturellement il y a plusieurs dénouements possibles. Fang peut tuer l'intrus; l'intrus peut tuer Fang", Deux; "tous deux peuvent échapper", Trois; "tous deux peuvent mourir", [50 :00] Quatre, etc... etc... Dans l'ouvrage de Tsui Pen, tous les dénouements se produisent. Chacun est le point de départ de nouvelles bifurcations".

Je dirais que dans l'Entendement de Dieu c'est exactement la même chose. Dans l'Entendement de Dieu tous les mondes possibles se développent. Simplement il y a un barrage: Dieu ne fait passer à l'existence que l'un de ces mondes. Mais, dans son Entendement, il y a toutes les bifurcations; c'est une vision de l'Entendement de Dieu comme on n'avait jamais eu. C'est très, très intéressant, mais c'est en quoi, je voulais juste dire en quoi Borges fait une pure application, un exercice de style, qui vient directement de la *Théodicée*. [51 :00]

Mais ce qui m'intéresse plus c'est ce roman que je vous signalais, que je voulais que vous lisiez, et qui est encore plus leibnizien, il est littéralement leibnizien. Ce roman vient de quelqu'un qu'on n'attendrait pas et qui se révèle être un grand philosophe, qui est Maurice Leblanc, grand romancier populaire du dix-neuvième siècle, bien connu parce que c'est le créateur d'Arsène Lupin. Mais outre Arsène Lupin il a fait des romans admirables, et plus beaux que celui de Lupin, et notamment un qui a été réédité – c'est une merveille ! -- dans le Livre de Poche et qui s'intitule: *La vie extravagante de Balthazar*. Vous allez voir à quel point ça nous concerne ; je résume rapidement, c'est un roman très tortueux: il a pour héros Balthazar, et Balthazar – ça m'intéresse, cela va nous relancer – Balthazar, c'est un jeune homme qui a comme métier professeur de philosophie quotidienne [*Rires*], [52 :00] et la philosophie quotidienne est une philosophie très particulière mais très intéressante qui consiste à dire: rien n'est extraordinaire, tout est régulier, tout est ordinaire. Tout ce qui arrive est ordinaire, en d'autres termes, [53 :00] il n'y a pas de singularités, c'est très important ça. Il arrivera à Balthazar, pendant le roman, toutes sortes de malheurs effarants, et à chaque fois il est poursuivi par une timide amoureuse qui s'appelle Coloquinte. Et Coloquinte lui dit: mais monsieur Balthazar, que dit la philosophie quotidienne, quand même ce n'est pas banal ce qui nous arrive ? Et Balthazar la gronde et lui dit: Coloquinte, tu ne comprends pas. Tout cela est très ordinaire comme nous allons le voir bientôt. Et les singularités se dissolvent. Vous vous rappelez tout mon thème: les singularités se développent comment? En se prolongeant sur une série d'ordinaires, jusqu'au voisinage d'une autre singularité. Or qu'est-ce qui l'emporte? Est-ce que les ordinaires dépendent des singularités [54 :00] ou est-ce que les singularités dépendent des ordinaires?

Un texte de Leibniz auquel je tiens beaucoup, dans les *Nouveaux essais*, et que j'ai cité la dernière fois, ferait croire que la réponse est complexe, puisque Leibniz nous dit: "ce qui est remarquable" (entendez la singularité) "doit être composé de parties qui ne le sont pas." Ce qui est remarquable doit être composé de parties qui ne le sont, en d'autres termes une singularité est composée d'ordinaires. Qu'est-ce que ça veut dire? Je vous disais que ce n'est pas très compliqué. Prenez une figure comme le carré qui a quatre singularités, ces quatre sommets, enfin ces quatre je ne sais pas quoi, vous voyez, ces quatre machins ou ça change de direction, ses quatre points singuliers; je peux dire A,B,C et D, [55 :00] je peux dire que chacune de ces singularités est un double point ordinaire, puisque la singularité B c'est la coïncidence d'un ordinaire qui fait partie de AB, et d'un autre ordinaire qui fait partie de BC. Bon. Alors est-ce que je devrais dire que tout est ordinaire, même la singularité, ou est ce que je devrais dire que tout est singulier, et même l'ordinaire? Balthazar a choisi à première vue et dit : tout est ordinaire, même les singularités.

Pourtant il lui arrive des drôles de choses à Balthazar, car voilà, il ne sait pas qui est son père. [56 :00] Lui, contrairement aux héros des romans modernes, ça lui est complètement égal de ne pas savoir qui est son père, [*Rires*] il se trouve qu'il y a un problème d'héritage où il faut qu'il le sache. Et, Leblanc, l'immortel auteur de ce livre si beau, de ce grand roman, donne trois

singularités qui définissent Balthazar: il a des empreintes digitales; c'est une singularité puisque ses empreintes ne ressemblent à celles de personne. Première singularité, les empreintes digitales qu'il a. Deuxième singularité, un tatouage qu'il porte sur sa poitrine et qui est fait de trois lettres: m comme Maurice, t comme Théodore, p comme Paul, [57 :00] mtp. D'autre part, troisième singularité, une voyante qu'il est allé voir, quand même, une voyante lui a dit: ton père n'a pas de tête. [Rires] Donc les trois singularités de balthazar c'est: avoir un père sans tête, avoir des empreintes digitales qui sont les siennes, et avoir comme tatouage mtp. Ca vaut les trois singularités d'Adam, être le premier homme, être dans un jardin et avoir une femme née de sa côte. On peut partir de là.

Là-dessus toute une série de pères lui arrivent. Premier père, le comte de Coucy Vendôme ; [58 :00] il répond assez bien aux conditions parce que il est mort égorgé, égorgé par un bandit, la tête largement tranchée. Est-ce que Balthazar est le fils? Voyez, je veux dire, à partir des trois singularités données, est-ce que elles se prolongent sur et jusqu'au voisinage de cette singularité là: être le fils du comte assassiné ? Sans doute oui, dans un monde. Dans un monde c'est ça. ça marche à fond. Mais là-dessus, au moment où Balthazar va toucher l'héritage du comte de Coucy, il se fait enlever par un bandit [59 :00] qui lui dit : [*Fin de la transcription Web Deleuze; ce qui suit est transcrit de l'enregistrement de la BNF*] "tu es le fils de notre ancien chef". L'ancien chef s'appelait Gourneuve; il était un bandit infâme, non seulement un bandit infâme, mais c'était lui qui avait coupé la tête au comte. Donc, c'est un second père qui a assassiné le premier. Donc il complique le réseau parce que dès lors, ils vont faire partie d'un monde compossible tous les deux, et pourtant ils vont être impossibles.

Mais on n'a pas fini, eh ? C'est un long calcul. Mais enfin, Gourneuve, il n'a pas de tête ; il répond aussi à la condition. Il n'a pas de tête parce qu'il a été guillotiné. Et il présente un avantage supplémentaire car, vous avez peut-être remarqué que mtp n'a pas été justifié, tandis que Gourneuve, lui, dans le premier cas, Gourneuve, [60 :00] il est le chef de la bande des Mastropieds. Or la bande des Mastropieds, c'est la bande M-T-P, ce qui justifierait le tatouage. [Pause] Donc, là où il y a une compossibilité, c'est qu'on ne peut pas avoir pour père et l'assassin et l'assassiné. [Rires] Donc, c'est un autre monde. Ça diverge. Et pourtant, les deux pères font partie du même monde compossible, mais en même temps il est impossible.

Mais, il n'y a pas à s'en faire tellement parce qu'au même moment où Balthazar va être intégré dans la bande des Mastropieds, il est enlevé. Il est enlevé par un Anglais qui l'emmène en Orient, où il y a la guerre, [61 :00] et qui le livre à un chef appelé Revade Pacha. Et Revade Pacha lui dit, "tu es mon fils ; c'est toi mon fils. Tu es Mustapha," [Rires] M-T-P, Mustapha. C'est un troisième monde. C'est un roman baroque splendide. C'est le type même du roman baroque, alors, avec les voyages, tout y est quoi ! Euh... Et puis, peu après, Revade Pacha se fait décapiter. Il y a tout, donc; il est aussi sans tête, mtp est justifié, tout va bien.

Mais au moment où ça va mal tourner pour Balthazar, voilà qu'un poète nommé [62 :00] Beaumesnil, que le poète Beaumesnil [le] sauve. A Balthazar, il lui dit, "tu es mon fils !" C'est donc le quatrième. Seulement Balthazar a volé un peu son père précédent, Revade Pacha ; il a emmené le trésor de Revade Pacha. Et voilà que le nouveau père, Beaumesnil le poète, il tourne fou ! C'est-à-dire, il perd la tête ! [Rires] Il perd la tête, et il s'en va volant l'argent de son fils, [Pause] et en s'écriant, "C'est compté, pesé, divisé !" Vous avez tous reconnu la fameuse

formule, Mane Thecel Phares. [63 :00] Mane Thecel Phares, c'est M-T-P, un nouveau monde qui diverge. Voyez, [il y a] quatre mondes qui sont tous possibles, mais en même temps impossible les uns avec les autres.

Alors là-dessus, il va tout nous expliquer ensuite. Tout ça est une escroquerie. C'est le problème : le Dieu leibnizien est-il un escroc ? Et là ce que je voudrais que vous compreniez, c'est qu'en effet, Leibniz s'en tire, mais que son Dieu serait un escroc s'il était comme Borgès ou comme Leblanc. C'est-à-dire si le Dieu faisait passer à l'existence les mondes impossibles, là ça serait vraiment un escroc. [64 :00]

Heureusement que le Dieu leibnizien est moral, c'est-à-dire ne fait pas passer ces mondes en existence. Pourquoi ? Parce que l'escroquerie est la suivante : il vient un clochard qui est le cinquième père, clochard qui s'appelle Vaillant-Dufour. Et Vaillant-Dufour avait eu une idée quand il était jeune. C'était faire un pensionnat pour jeunes hommes riches éloignés des parents. Voyez ? Il avait un petit pensionnat d'enfants riches, quatre, quatre enfants riches plus le sien. Alors, il avait, en effet, le fils du comte, le fils du bandit, le riche bandit, le fils de Revade Pacha, et le fils du poète, plus son fils à lui. Le pensionnat comportait cinq enfants. Et puis, il y a eu une inondation, et il n'y a qu'un qui a survécu. [*Rires*] Et le clochard ne sait même pas qui c'est le sien. [*Rires*] Il ne sait pas lequel a survécu. [65 :00] Et il se dit, ce n'est pas une fête alors parce que comment faire pour garder l'argent et pour faire que les parents donnent toujours de l'argent ? Alors, il fait un papier avec les empreintes du survivant, et il l'envoie aux quatre parents en disant, "Votre fils a survécu ; c'est votre fils qui a survécu". Voyez ? Ce n'est pas bête ! [*Pause*] Alors, il ne sait pas en même temps, et enfin, est-ce qu'il est le vrai père, le clochard ? Est-ce que c'est lui le cinquième père, qui ferait le... et qui unit tous les mondes impossibles ? Ben, même pas parce qu'il ne sait pas. Il ne sait pas si c'est lui le père. Donc, à son tour, lui-même, ne fait partie que d'un des mondes. [66 :00] Et il est incapable de le dire sauf par escroquerie. Et enfin, à la fin, il est tellement alcoolique qu'il avait, lui-même aussi, perdu la tête. [*Rires*]

Donc, c'est très bien. Chaque fois il y a des séries, des esquisses divergentes, des séries, etc. C'est le mystère des mondes impossibles, ou comme dit Leibniz, le ballet des destinées. Alors, je reviens à ça. Je voudrais que tout ça soit devenu plus concret, et je reviens à ma question, ou plutôt mes trois questions, mes trois questions étant : jusqu'à quel point est-ce qu'on pourrait développer une théorie mathématico-philosophique des points singuliers ? Deuxième question : jusqu'à quel point peut-on développer l'idée de relation originale, c'est-à-dire irréductible à tout autre type de relation, qui unirait, positivement ou négativement, une singularité à une autre, [67 :00] positivement dans le cas de la compossibilité ou de la série convergente, négativement, exclusion du point de vue des singularités divergentes, ou des séries divergentes ? Troisième question : est-il possible de définir l'individu comme condensé de singularités convergentes, et quel [est] la conséquence pour la notion même d'individu ou pour le principe d'individuation ?

Alors, c'est sur ce point que, si tu le permets, je voudrais te demander sur ces trois points, ou sur un autre, que je voudrais te demander si tu vois des directions de recherche pour nous tous, pour... euh... ? [*Pause*] [68 :00]

Marek² : J'avais préparé une intervention à l'instar de ton dernier cours, mais depuis, tu as bifurqué tellement que...

Deleuze : Oh non, non, non, on peut très bien revenir en arrière, eh ?

Marek : Donc il faudrait que je bifurque, alors je vous demande beaucoup d'indulgence. Disons que mon intervention pourra être, par principe, latérale, ou si elle revient dans le centre cela sera bien.

Je voudrais revenir à une notion qui est essentielle, qui nous renvoie à une autre, dont on a parlé parfois, dont tu as parlé parfois, qui à mon avis est centrale. C'est la notion de singularité. Alors, je voudrais dire ceci : singularité, comment pourrait-on définir une chose pareille ? [69 :00] Une définition possible – je l'approche à comme [René] Thom, mais pourquoi pas ? – ce serait quelque chose qui se passerait différemment que dans tout voisinage possible, c'est-à-dire comme si tout d'un coup il se passe quelque chose différent de tout ce qui se passe alentour. J'emploie volontairement des mots vagues, parce que comme vous allez voir, la difficulté est là : comment définir le voisinage ? Donc, singularité renvoie à voisinage, c'est-à-dire renvoie aux rapports entre le point singulier et tout ce qui lui est près, que ce soit immédiat. Il faut que quelque chose de différent se passe, si proche que cela soit. C'est peut-être le problème sur lequel les mathématiciens étaient au fond le plus troublés. [70 :00] Tu donnais tout à l'heure un exemple tout à fait frappant de la problématique pour les mathématiciens à la fin du dix-neuvième siècle de ce problème de la singularité.

En somme, si vous voulez, l'événement singulier doit être – peut-être faudrait-il le dire comme ça ; parfois les mathématiciens le disent – *isolé*, c'est-à-dire, au fond, être différent de son voisinage et peut-être même devrait-il être isolé dans l'espace, c'est-à-dire n'avoir pas de voisinage, de ne voir personne dans son voisinage. C'est intéressant que tu aies parlé de Borges tout à l'heure, etc., parce que je peux citer un point de vue de ce genre. Au fond, [Henri] Poincaré a dit qu'une singularité est une déformation ; c'est le point de vue de Poincaré, et on peut le montrer assez simplement dans l'exemple [71 :00] – alors, je voudrais, quand même, excusez-moi, depuis Leblanc, Maurice Leblanc... Le passage est un peu brutal, [*Il va au tableau, donc il se réfère peut-être au passage entre les étudiants*] mais je voudrais vous rappeler précisément pourquoi une inflexion est une singularité.

L'inflexion – je ne dessine pas, mais... -- Une inflexion, c'est ce qui serait comme ça. [*Pause, pendant qu'il se déplace vers le tableau*] Voilà l'inflexion, elle est là. Pourquoi est-ce une bifurcation, sans en avoir l'air ? Parce que, j'ai envie de dire, si tout se passait bien, la courbe aurait dû faire comme ça, c'est-à-dire elle aurait dû se comporter ici comme là, c'est-à-dire d'être en tangente et monter au complément, et là elle aurait dû continuer comme ça, sans ce sens tout à fait, ce n'est pas une bifurcation anguleuse, mais dès que je dessine cette partie-là, [72 :00] on comprend pourquoi l'inflexion est une singularité parce que, au fond, tout d'un coup, il s'est passé quelque chose ; la fonction est partie dans une autre direction. [*Il reprend sa place*] Voilà un exemple de la notion de bifurcation, c'est-à-dire Poincaré, à ce moment-là, quand la discussion se déroule, c'est-à-dire à la fin du dix-neuvième siècle, début du vingtième, il propose cette idée de la singularité et puis de la bifurcation.

Alors, pour que la singularité se définisse – et là je reviens au voisinage -- pour que la singularité se définisse, il faudrait – et là, on revient brusque[ment] à Leblanc – il faudrait que tout le reste autour soit régulier, c'est-à-dire si proche que je sois dans l'alentour – et là, on va voir Leibniz revenir -- si proche que je sois dans l'alentour du point, [73 :00] c'est-à-dire dans le voisinage -- j'évite le mot voisinage parce qu'il a un sens mathématique très précis ; c'est pour ça que je mets un mot mal choisi, "aux alentours", qui n'est pas très clair, parce que le mot "voisinage" n'a pas un pareil sens, enfin a une définition précise. Donc tout autour il doit y avoir une certaine régularité, et c'est peut-être anecdotique, mais c'est quand même peut-être fondamental. Une des idées qui a beaucoup agité les mathématiciens à la fin du dix-neuvième siècle, c'est que peut-il y avoir un système où il n'y a que des singularités, et comment reconnaîtrait-on un tel système ? C'est-à-dire est-ce qu'on peut décrire une situation où, au fond, tous les points sont singuliers, et comment seraient-ils singuliers en définitive s'ils sont eux-mêmes à côté d'un truc qui est lui-même singulier ? Ma définition, logiquement, ne tourne pas bien [74 :00] parce que singularité, voulant dire se comportant différemment de ce qui se passe autour à condition que le comportement de ce qui se passe autour soit lui-même régulier. S'il ne l'est pas, on est dans une singularité étrange.

Alors, l'un des exemples, l'un des plus grands fabricants d'objets étranges dans cette période, c'est tout de même [Georg] Cantor, et on peut lui rendre... C'est que lui qui a produit un objet singulier, autour de singuliers, tout en gardant certaines régularités. Je vous décris ce qu'on a appelé le discontinu de Cantor ; c'est un ensemble étrange, mais qui est tout à fait intéressant. Le système est tout à fait simple ; donc on peut vous le décrire. Maintenant, quant à l'analyser de plus près, malheureusement c'est un peu techniquement difficile. Mais en y réfléchissant, vous pouvez peut-être imaginer les choses.

La technique est simple. Cantor prend un segment, [*Il se place au tableau*] il le divise en trois, et il enlève la partie centrale. [75 :00] Il reste deux morceaux, on le divise en trois, et on enlève la partie centrale. On continue indéfiniment. Chaque fois, on enlève la partie centrale. Aux trous, aux trous, l'espace, on fait une chirurgie... comme dit Deleuze, et à ce moment-là, on obtient un ensemble qui, à la limite de cette production infinie de singularités, tous les bords deviennent des points singuliers, tout ce qui est au bord d'un trou. Et à la fin de cette technique, il reste ceci, quand on poursuit indéfiniment cette procédure. C'est que tous les points sont singuliers, et ils sont au bord d'une régularité parce que chacun se retrouve au bord de quelque chose. Les points restent ; en quelque sorte, ils sont tous [76 :00] potentiellement singuliers. C'est-à-dire nous obtenons une espèce de situation de points singuliers au bord de points réguliers, et en fait, ils sont tous singuliers parce qu'ils deviendront à chaque instant au bord de quelque chose. Les morceaux complets de ce système sont plus complexes ; on est obligé de faire une petite présentation technique, donc vous m'excuserez, je ne pourrais pas parce que c'est ... [*Il ne complète pas la phrase*]

Le discontinu de Cantor fait rêver. Par la suite, il y a eu un autre exemple tout à fait étonnant, de régularités et de singularités, qui est tout à fait étrange, que l'on ne peut pas complètement décrire également. C'est une courbe qu'on appelle la courbe du piano, mais il y a eu deux ou trois exemples. La courbe du piano est une courbe tout à fait classique ; elle est continue. Elle se dessine dans l'intérieur d'un carré, mais si vous le dessinez jusqu'au bout, elle remplit entièrement le carré. C'est-à-dire elle est, en quelque sorte, si vous tentez de le dessiner, [77 :00]

on obtient la chose suivante, au fond, des espèces d'arabesques qui, poussés jusqu'à la limite, remplissait le carré entier.

Deleuze : Mais ça c'est la même chose que Mandelbrot.

Marek : Oui, Mandelbrot a fait un usage de ça. Au moment où la courbe du piano est publiée, autour des années 1900, à ce moment-là, c'est le problème central de la singularité dans un monde de singularités.

Question d'Isabelle Stengers [*propos difficilement audibles*] à propos d'un texte de Mandelbrot où il cite Jean Perrin, *Les Atomes* (1914). [78 :00]

Deleuze : Il dit même – alors, on se complète chacun tous, [*Rires*] c'est très bien, c'est tellement leibnizien ce que tu dis que c'est étonnant ; ça donne à Leibniz une telle présence dans les mathématiques modernes – qu'avant le texte de Perrin dont Isabelle parle, il est dit "infiniment caveux" ou "spongieux". Il dit que la matière n'est pas du tout continue, le nouveau vocabulaire de la discontinuité. On peut toujours faire des trous, et c'est l'idée d'une forme infiniment caveuse, c'est la même chose que la courbe de corles, infiniment caveux, infiniment spongieux. Alors il prend comme exemple les corles, comme les charbons de bois. En effet, pour que ceux que ça intéresse, c'est dans un livre de Mandelbrot chez Flammarion qui s'appelle *L'objet fractal*. [79 :00] Et Mandelbrot fait une longue citation d'un texte de Perrin qui est un grand physicien, et part de cette citation.

Marek : Je voudrais maintenant revenir en arrière. C'est-à-dire laissons de côté momentanément ces objets, ces points singuliers qui seraient eux-mêmes voisins immédiats de points eux-mêmes singuliers. Plaçons-nous momentanément dans la bonne situation qui est un peu celle que tu décrivais la dernière fois. C'est-à-dire le point singulier est entouré de points réguliers ; si ça se passe bien, un événement est isolé – le mot "isolé" d'ailleurs appartient au vocabulaire mathématique, mais son interprétation est tout à fait simple... Tout de même, il nous reste dans ce cas un problème [80 :00] qu'il faut aborder. C'est : comment se construisent les voisinages d'un point singulier ? Alors cela nous renvoie au fond de la notion de voisinage, de ce qui se passe immédiatement après, c'est-à-dire au fond – et là, il faut renvoyer au Leibniz du calcul différentiel, c'est-à-dire à la notion de l'infini – parce que vous remarquez inévitablement aussi bien Deleuze les dernières fois que moi par les exemples que je vais donner, nous utilisons toujours nécessairement une procédure mesurée, autant Deleuze faisait la dernière fois l'allusion aux séries convergentes et divergentes allant d'une singularité à l'autre – la notion de séries nous renvoie à l'infini [81 :00] en un certain sens. C'est-à-dire il n'est pas question de faire [*inaudible*] mais de parler de ce que l'infini fait dans cet alentour. Tout à l'heure on tentera de donner une définition de ce que Deleuze utilise depuis longtemps, en tout cas il l'a utilisée à sa manière, c'est la notion de séries convergentes et de séries divergentes, autour ou vers ou entre les singularités. Pour le moment, on reste à l'alentour.

Alors, l'aventure principale, c'est que faire, comment, et pourquoi, et sous quelle forme avons-nous besoin de l'infini ? Alors, si vous me le permettez, je vais... c'est comme ça que j'ai un peu... je pense que cela soit plus clair et plus facile. Je vais faire très vite dans le temps et arriver

à 1934 [82 :00] et reviendra à Leibniz juste après, parce que l'aventure qui va se dérouler commencera en 1932 et se terminera sur Leibniz comme un retour en arrière.

Au début des années... Dans la première décennie du vingtième siècle, il y avait un mathématicien – c'est une aventure que tout le monde connaît mais je vais en parler très vite pour qu'il n'y ait pas de problèmes – il y a eu cette espèce de fièvre axiomatisante – à des tas de réseaux qui sont historiques et qui tiennent à la crise de géométrie et à une série d'événement comme ça – il y a eu une fièvre axiomatisante terrible. C'est-à-dire on a voulu axiomatiser des théories. Axiomatiser voulait dire donner les règles fondamentales indispensables permettant de bâtir telle ou telle théorie... [*Fin de la bande ; un bref saut dans l'enregistrement*]

... C'est-à-dire des nombres entiers. Bien entendu, soyons clairs, les gens savaient compter depuis longtemps, c'est-à-dire qu'au quotidien on n'axiomatise pas une théorie [83 :00] – enfin, on a déjà donc... Regardez bien la situation comme elle se déroule : on a un univers qui est, par exemple, l'univers des nombres ; on sait déjà s'en servir, on savait compter depuis vingt-cinq siècles et puis encore plus, on savait déjà compter, on savait faire beaucoup de choses en arithmétique, et en 1910, on axiomatise. L'axiomatisation de la géométrie date de 1890 où on savait déjà dessiner et faire des cours de géométrie. Donc axiomatiser, c'est donner l'ensemble des règles permettant de définir de manière explicite ce dont on a besoin. On verra tout à l'heure une théorie de Leibniz tout à fait surprenante, quoi.

Alors donc, il y a ce long, long travail d'axiomatisation. C'est un problème complexe – enfin, tous ceux qui connaissent l'histoire des maths connaissent tout ce travail qui se déroule très, très précisément [84 :00] et qui aboutit en 1930 ou 1932 à un livre de [David] Hilbert, qui est le *Grundlagen der Mathematik* [1928] qui est la grande axiomatisation de l'ensemble, l'édifice pareil à ce moment-là à celui des [*inaudible*]. A ce moment-là, des mathématiciens et un bon nombre de scolaires posent un problème tout à fait neuf ; ils disent... ils se posent le problème inverse. Alors si vous voulez, je vais le raconter comme une anecdote.

Imaginez que vous ayez axiomatisé une théorie et qu'un Martien arrive, et il ne sait rien de cette théorie, ni de l'axiomatisation – on suppose un Martien ou tout autre extra-terrestre. Donc il va faire ce que vous dites dans l'axiomatique ; il va l'appliquer et le régulariser. Il va les appliquer, tout à fait régulièrement. Il sait lire le texte, [85 :00] et il sait comment ça fonctionne, et il va du coup engendrer, il devrait engendrer le modèle que vous avez axiomatisé au départ, c'est-à-dire il devrait retrouver – peut-être... mettons, faisons cette expérience parce que [Thoralf] Skolem l'a fait ; son article est sur ce point d'ailleurs. Imaginons qu'on ait l'axiomatisation de l'arithmétique, c'est-à-dire on ait tous les axiomes de l'arithmétique. Petit à petit, l'extra-terrestre en question, qui sait lire cette axiomatisation, va créer des nombres. Peut-être donnera-t-il aux nombres des noms différents que ceux que vous avez l'habitude de leur donner dans votre langue. Mais après tout, ce n'est pas inquiétant parce que d'un individu à l'autre de la terre, on leur donne déjà des noms différents. Mais compter en anglais, en arabe, ou en chinois, ou en français, n'a jamais provoqué de problèmes ; les deux ensembles de nombres, pour les Chinois, les Arabes, etc., sont isomorphes, comme disent les mathématiciens. Ils ont les mêmes formes, et ils ont les mêmes compositeurs [?]. [86 :00] Donc, ils ne sont différents que par leurs noms, c'est ce qui se passe dans leur univers.

Mais Skolem se pose le problème suivant : est-ce qu'il ne risque pas de trouver un autre univers de nombres, complètement différent et qui obéit à la même axiomatique ? Et alors, vous imaginez le résultat étrange de cet ordre ; c'est effectivement ce que Skolem montre, et c'est cet article de 1934 dont je parle : il montre qu'il peut trouver beaucoup d'autres systèmes de nombres qui ne sont pas du tout semblables aux précédents, à ces [*inaudible*]. Il pousse plus loin cette démarche en montrant qu'on ne peut pas axiomatiser un ensemble comme celui des nombres de telle manière que le modèle obtenu soit toujours celui auquel on pense auparavant. Les logiciens emploient une expression ; [87 :00] ils disent qu'un système d'axiomes qui ne produirait qu'un seul modèle est un système d'axiomes catégorique, et un système d'axiomes qui ne produirait pas toujours le même est isomorphe.

Alors Skolem démontre dans cet article qu'il n'est pas possible de faire une axiomatisation catégorique, et là nous allons voir apparaître le problème du fini et de l'infini d'une manière stricte parce qu'on pense, et Skolem décrit, c'est la situation suivante : si le modèle dont vous êtes partis pour axiomatiser était lui-même infini, il n'y a pas d'axiomatisation catégorique. Il n'y a d'axiomatisation catégorique que si le modèle de départ est un modèle fini, et à ce moment-là, l'axiomatisation n'est pas du tout une opération savante. Elle revient à nommer les personnes, c'est-à-dire elle dit, je ne recevrais que cette personne, Monsieur Un Tel, Un Tel, Un Tel, Un Tel, et à ce moment-là, [88 :00] ce n'est pas une axiomatisation, c'est une règle restrictive tout à fait simple. Et la plupart du temps, le monde dont on parle et le monde des singularités et des voisinages, c'est un monde nécessairement infini, donc non axiomatisable, en tout cas, non axiomatisable de manière catégorique.

Alors, où est le problème ? Vous allez voir pourquoi la [*inaudible*]. Skolem dit en définitive ceci : c'est que dans le modèle qu'aura produit mon extra-terrestre, que se passe-t-il, et que je ne peux pas dans l'axiomatique l'interdire de faire ? C'est qu'en dehors des nombres -- appelons-les en français, 0, 1, 2, 3, 4, 5, etc., ce que vous connaissez – il peut en introduire des nouveaux, d'autres, et qui obéissent aux mêmes règles que l'arithmétique ordinaire. Bien entendu – là je situe bien ça parce que vous allez voir encore [89 :00] c'est important ; excusez-moi que ce soit un peu technique – bien entendu, il y a un des axiomes du piano qui dit, zéro est un nombre qui n'a pas de prédécesseurs, donc c'est le premier des nombres. Alors, évidemment, comme il y a un axiome qui dit ça, mon extra-terrestre ne peut pas mettre un nouveau premier nombre. Il est bien obligé de prendre le même que nous. Seulement, les nouveaux nombres, il va pouvoir les placer, s'il en a envie, après tous les autres – pas après zéro puisqu'il y aura 1, pas après 1 puisqu'il y aura le même [*inaudible*] que nous, mais il peut en placer un qui sera loin, et rien ne lui interdit dans l'axiomatique et rien ne peut dire qu'il est interdit d'introduire un nouveau nombre parce que, imaginez ce qui se passerait : pour introduire un nouveau nombre, il faudrait qu'il y ait un axiome pour dire, "j'interdis de faire entrer un nombre en dehors de ceux qui j'énonce et qui sont les suivants." Et comment les énonceriez-vous puisqu'il y a une infinité ? [90 :00] Vous n'êtes pas capable de les énoncer.

Donc, vous voyez bien pourquoi : si le nombre est infini, vous ne pouvez pas faire d'axiomes qui interdisent des nombres, les étrangers. Et ce qui va se passer, c'est : imaginez comme mon extra-terrestre, en plaçant un de plus, ce 1 va avoir des successeurs, il va avoir des prédécesseurs ; rien ne le lui interdit, au contraire. L'axiomatique le lui permet, et il va proliférer, et il y aura 1 double, et il y aura 1 triple, et ainsi de suite. Pourquoi le lui interdire ? Il va proliférer. Par

conséquence, on va voir apparaître à ce moment-là des nombres qui sont plus grands que tous les nombres que nous connaissons déjà, et ces nombres qui sont plus grands que tous les nombres que nous connaissons déjà, ce seront déjà des nombres infinis. Mais attention : il ne s'agit pas du tout – pour ceux qui aurait l'idée du malentendu – il ne s'agit pas du tout des infinis de Cantor ; [c'est] tout à fait une autre problématique. Il s'agit [91 :00] de nombres qui ont les mêmes propriétés arithmétiques que tout le monde. Ça veut dire que nous restons dans l'univers de l'arithmétique et il y en a des pairs, il y en a des impairs, après un pair il y a un impair, après un impair il y a un pair, etc., etc. Donc nous voilà dans un univers dans lequel il y a de nouveaux nombres qui sont plus grands que tous les autres – appelons-les les infinis entre guillemets – mais qui sont des nombres entiers comme tout le monde.

Nous verrons tout à l'heure -- je vous dirai le texte, parce que il a un intérêt pour moi – vous verrez que le premier qui ait eu l'idée, c'est Leibniz, textuellement, [*inaudible*]. Donc, nous serons dans un univers tout à fait proliférant, mais qu'on ne peut pas interdire, qui peut être très, très vaste, ou très réduit. Ca dépendra de mon extra-terrestre et de son envie [de proliférer]. Donc voilà quelque chose que nous construisons qui est [92 :00] – les logiciens l'appelle comme ça, mais la notion est assez simple à comprendre – une extension de l'ensemble des [*inaudible* ; *bruit du changement de cassettes dans de nombreux magnétophones*] ; donc c'est un ensemble plus vaste dans lequel on va évidemment trouver [*pas clair* : aux nombres des antis- ?], et cette extension va comporter elle-même un certain nombre de nombres, au sens le plus banal du terme, mais qui ont la propriété d'être infinis comme [*inaudible*].

Voilà le premier article, c'est l'article de Skolem. A partir de ce moment-là et dans les années soixante, un mathématicien américain au nom d'Abraham Robinson, qui est mort en 1974, se dit : est-ce qu'on ne pourrait pas faire la même chose, non pas seulement sur les [? antis ?], parce que les propriétés décrites par Skolem ne cessent de s'appliquer également [93 :00] aux nombres réels, c'est-à-dire aux nombres que vous connaissez, c'est-à-dire l'ensemble total. Nous en mathématiques appelons les nombres réels, c'est-à-dire l'ensemble de tout ce qui est, les nombres décimaux, les nombres rationnels, les irrationnels, etc., l'ensemble complet des nombres. Le travail est relativement délicat parce que la théorie des nombres réels est une axiomatique un petit peu plus compliquée que je vous en indiquais, que l'axiomatique des entiers, mais Robinson fait le travail et montre que cela est possible. On va obtenir à ce moment-là un ensemble de nombres dans lequel il y aura des nombres infinis comme dans l'arithmétique ; il y aura leurs inverses [94 :00] qui seront les infiniment petits en tant que nombres cette fois-ci. C'est-à-dire ce ne sont pas des infiniment petits alors comme je m'en suis servi tout à l'heure pour les séries ; ce ne sont pas des infiniment petits en tant qu'ils sont... ils deviennent très petits ; ce ne sont pas des infiniment petites limites, comme les mathématiques ont l'habitude de les désigner. Ce sont de véritables nombres qui sont infiniment petits peut-être tout simplement parce que ce sont les inverses "in-sûrs", un infiniment grand, un infini entre guillemets. Alors si vous prenez un infini entre guillemets, vous allez avoir, en prenant son inverse, un nombre qui sera plus petit que tous les autres.

Devant cet embarras, si vous voulez, de cette extension, il fallait donner un nom aux anciens nombres. Alors Skolem a trouvé le nom "standard". Nous appelons standard les nombres habituels, [95 :00] et nous appelons non-standard les autres. Alors cette théorie s'appellera – donc elle était construite autour des années soixante – cette théorie s'appellera "analyse non-

standard". Vous devriez rappeler un point que j'ai dit tout à fait en passant mais qui est tout à fait fondamental. C'est que ce nouvel univers avec des infiniment grands et des infiniment petits respecte strictement tous les axiomes et toutes les règles de l'ensemble réel traditionnel. C'est-à-dire tout théorème qui a été démontrée dans l'ensemble des réels est un théorème dans ce nouvel univers. On poussera plus loin en démontrant – mais c'est un problème un tout petit peu plus compliqué – que cette extension est conservative. [96 :00] C'est-à-dire tout ce qui peut être démontré dans ce nouvel univers est également vrai dans l'univers restreint. A propos, les mathématiques sont devant un petit cas particulier qui est un théorème que Robinson allait démontrer dans les années soixante-dix dans cet univers étendu. On devrait pouvoir trouver une démonstration dans l'univers restreint. C'est un théorème – et ça c'est une petite anecdote – qui jusqu'à présent n'a pas été trouvé. C'est assez embarrassant. Enfin théoriquement, ça doit être possible. Ce théorème dit de Bernstein-Robinson n'a pas pour le moment d'équivalent, enfin jusqu'à aujourd'hui, il n'a pas encore d'équivalent dans l'univers réel.

Donc, si vous voulez, maintenant je vais revenir à Leibniz. Nous voilà devant un nouvel univers dans lequel sans incohérence nouvelle, nous avons un langage dans lequel il y a des infinis, [97 :00] des infiniment petits qui se comportent comme des nombres et qui en ont exactement les mêmes propriétés qui ne sont pas différentes, c'est-à-dire qu'on va pouvoir définir et dire ce qu'on a à dire dans ces univers qui sont des univers vastes. [Pause] Et c'est là que Robinson s'aperçoit qu'enfin du compte, cette idée, c'est Leibniz qui l'a eue. Dans le dernier chapitre de son livre – parce que je crois que cette construction est écrite dans un livre publié en 1966 qui s'appelle *Nonstandard Analysis* – dans le dernier chapitre de son livre, au chapitre 10, Robinson au fond cite la référence d'origine, [98 :00] et il cite au fond la théorie des infinitésimaux de Leibniz. Je signale parce que c'est intéressant qu'a paru il y a peu de temps, chez Blanchard, l'ensemble des œuvres de Leibniz concernant le calcul des infinitésimaux. Alors donc je vais revenir tout à l'heure à Leibniz, enfin je vais revenir presque maintenant. Mais Robinson cite cette lettre, lettre en 1701, non, un mémoire de Leibniz touchant à son sentiment sur le calcul différentiel ; c'est une mémoire que Leibniz écrit en 1701, c'est-à-dire assez tardivement, et je vais vous dire pourquoi, tout à l'heure je vais dire pourquoi c'est assez tardif. Et Leibniz écrit – le texte est en français, il est cité en français dans le livre :

"On n'a pas besoin de prendre l'infini ici à la rigueur [99 :00] mais seulement comme lorsqu'on dit dans l'optique que les rayons du soleil viennent d'un point infiniment éloigné et ainsi sont estimés parallèles. Et quand il y a plusieurs degrés d'infini ou infiniment petits, c'est comme le globe de la terre est estimé un point à l'égard de la distance des fixes, et une boule que nous manions est encore un point en comparaison du semi-diamètre du globe de la terre de la sorte que la distance des fixes est un infiniment infini ou infini de l'infini par rapport au diamètre de la boule. Car au lieu de l'infini ou de l'infiniment petit, on prend des quantités aussi grandes et aussi petites qu'il faut pour que l'erreur soit moindre que l'erreur donné, de sorte qu'on ne diffère du style d'Archimède que dans les expressions qui sont plus directes dans notre Méthode, et plus conformes à l'art d'inventer".³ [Pause] [100 :00]

Un peu plus loin, dans un autre texte, non, dans le même : "Et il se trouve que les règles du fini réussissent dans l'infini comme s'il y avait des atomes, quoiqu'il n'y en ait point, la matière étant actuellement sous-divisée sans fin ; et que vice versa, les règles de l'infini réussissent dans le fini comme s'il y avait des infiniment petits métaphysiques, quoiqu'on n'en ai point besoin ; et que la

division de la matière ne parvienne jamais à des parcelles infiniment petites : c'est parce que tout se gouverne par raison et qu'autrement, il n'y aurait point de science ni règle, ce qui ne serait point conforme avec la nature du souverain principe." Même texte de Leibniz.⁴

Enfin, je vous citerai une dernière phrase de Leibniz, je reviendrai sur ce passage ; c'est une lettre de Leibniz à Varignon, en 1702 : "Entre nous, je crois que Monsieur de Fontenelle, qui a l'esprit galant et beau, en a voulu railler lorsqu'il dit qu'il voulait faire des éléments métaphysiques de notre calcul. Pour dire le vrai, je ne suis pas trop persuadé moi-même qu'il faut considérer nos infinis et infiniment petits autrement que comme des choses idéales et comme des fictions bien fondées. Je crois qu'il n'y a pas de créature au-dessous de laquelle n'ait une infinité de créature ; cependant je ne crois point qu'il y en ait, ni même qu'il en puisse avoir d'infiniment petits, et c'est ce que je crois pouvoir démontrer."⁵

Remarquez dans ce texte que Leibniz est mal à l'aise. [102 :00] C'est pour ça qu'il [Robinson] insiste sur le fait que ces textes sont de la fin de sa vie. Dans les premiers textes de Leibniz sur le calcul différentiel, Leibniz au fond pense qu'il est possible qu'il y ait des infiniment petits au sens stricte. Vous savez que le calcul différentiel a été inventé presque simultanément par Newton et Leibniz – on n'y insistera pas, c'est peut-être Newton qui l'a fait un peu avant – mais les deux présentations sont, disons, ils ont eu d'ailleurs une longue dispute. En dehors de la primauté qui est secondaire, ce qui est intéressant à noter du point de vue stricte, c'est que Leibniz, quand il présente le calcul différentiel, [103 :00] il voudrait... il a l'air de dire, son vocabulaire qui est différent, qu'il y a des objets infiniment petits, infiniment petit voulant dire plus petit que tout fini assignable – c'est ainsi qu'il le définit – et ces objets infiniment petits sont utilisables parce qu'ils fonctionnent comme des nombres fonctionnels. Ce sont des infiniment petits dont on peut se servir clairement. Tout à l'heure je voulais présenter une autre citation du même mémoire. Newton, lui, a une présentation plus complexe parce qu'il utilise alternativement parfois un langage où il suggérait qu'il y a des infiniment petits, parfois un langage où il dit que c'est une limite, ou parfois un langage qui est plus proche de la description classique. [104 :00]

Dans l'univers des mathématiciens, en 1790 comme en 1987, la réaction est la même, c'est-à-dire introduire de nouveaux nombres est tout à fait gênant, et les mathématiciens prétendent qu'ils soient [? sympathiques ?], et même devant le travail de Robinson, ils éprouvent une gêne. Je vous citerai à titre d'exemple une conférence d'un mathématicien tout à fait bien introduit dans l'institution qui s'appelle [Jean] Dieudonné, dans une conférence de 1980 ou '82 à peu près, il dit qu'introduire de nouveaux nombres, c'est rendre les mathématiques vides et insignifiantes et non-signifiantes. Et Dieudonné était à l'origine du Bourbaki groupe. Je signale en passant [105 :00] un autre mathématicien, Claude Chevalley – un ancien professeur dans cette université même – dans un texte disait qu'au fond, faire une mathématique, un peu comme [René] Thom, faire une mathématique absolument rigoureuse, c'est la rendre insignifiante. Il m'est arrivé de demander à Chevalley de son point de vue idéal, un petit peu du texte dont je parlais tout à l'heure.

La question centrale... à l'époque, Leibniz rencontre la même difficulté ; c'est-à-dire, dire qu'il peut y avoir des infiniment petits comme objets et qu'ils obéiraient aux mêmes modes de calcul, mêmes modes d'approches, que les autres nombres apparaissaient insupportable. [106 :00] Et

donc il y a eu immédiatement une polémique. C'est l'allusion qu'il fait à Fontenelle ; c'est une allusion au Marquis de l'Hôpital un peu après qui, lui, a été assez séduit par des infiniment petits.⁶ Donc, dans ce texte de 1702, Leibniz dit, j'y reviens, c'est une position polémique, une position de réplique, "[il faut dire] je ne suis pas trop persuadé moi-même qu'il faut considérer nos infinis et infiniment petits autrement que comme des choses idéales et comme des fictions bien fondées." Mais Leibniz, en dehors des ses doutes, il continue de défendre son idée des infiniment petits [107 :00] parce que c'est la seule manière de parler du voisinage. Et c'est là où je reviens à la remarque [*inaudible*].

Qu'est-ce qu'a démontré Robinson ? Tout simplement que cette idée n'est pas logiquement incohérente, qu'il n'y a aucune contradiction possible entre elle et l'idée courante du réel-isme. Au fond, il a simplement fait ceci -- et je crois que c'est l'essentiel de cette œuvre – c'est d'avoir montré – donc je vais parler d'une série de travaux – qu'on peut avoir un langage comportant ces objets, ces "fictions bien fondées" comme dit Leibniz, et cela n'entraîne absolument aucune contradiction. Cette version-là des maths infinitésimales [108 :00] n'a jamais eu le droit de cité. Robinson, dans le livre *Nonstandard Analysis*, dans les chapitres centraux du livre, fait un véritable cours de maths, c'est-à-dire il décrit ce que serait la description d'un cours d'analyse ordinaire dans cet univers-là. Il y a un point qui est tout à fait séduisant dans cette lecture ; c'est que toutes les notions deviennent parfaitement simples grâce aux infiniment petits. Par exemple, si certains d'entre vous ont eu l'occasion de souffrir sous la définition d'une dérivée, lisez-la dans Robinson, et vous le comprendrez très bien. Vous vous demanderez comment ça se fait que vous ne l'avez pas compris. C'est une notion qui devient immédiatement simple dans cet univers parce qu'au lieu d'avoir – vous vous rappelez peut-être, en secondaire, la dérivée. [*Il cite quelques formules et raconte son expérience comme prof en secondaire et l'expérience typique des étudiants en secondaire avec les dérivées*] [109 :00] Cette définition va mettre des siècles à venir. Faire une définition relativement précise en termes de limites mettra des siècles à venir. Et puisque Deleuze l'a cité la dernière fois, je signale que l'édifice est couronné par Weierstrass, un mathématicien qui va faire une définition très complexe des angles durs.

Si nous avons les infiniment petits, la définition de la dérivée, de la limite, d'une série convergente, ça serait tout à fait simple. Que se passerait-il alors ? Tout simplement ceci : [110 :00] C'est que tout point va se trouver entouré d'une zone d'infiniment petits qui lui sont infiniment proches, au sens des infiniment petits. C'est-à-dire il va se trouver avec, autour de lui, un petit halo, un petit nuage, et ce nuage dont il s'entoure est formé de ceux qui lui sont infiniment proches. A cet ensemble point plus son petit nuage entouré, Robinson donnera le nom de "monade". Et au fond – et la lecture du texte de Robinson le montre très bien, et tout ce qui a été fait par la suite parce qu'il y a eu les travaux évidemment de l'*Analyse nonstandard*... -- La lecture du texte montre ceci : que les rapports d'un point [111 :00] et ce qui l'entoure, c'est un rapport de cette monade avec l'univers qui l'entoure. Tout à l'heure je donnerai un exemple qui va dans le sens de ce que disait Deleuze, à mon avis. La monade donc est un univers formé de points et de ce qui lui est infiniment petit.

Cela oblige logiquement un petit travail un petit peu complexe qui est la définition de l'égalité. On ne peut plus avoir dans une théorie de ce genre, dans un univers de ce genre, une seule notion d'égalité, comme il y a eu dans l'univers [*inaudible*]. C'est-à-dire qu'on pourrait avoir deux définitions de l'égalité quand c'est strictement le même objet ou quand ce sont deux objets

[112 :00] qui diffèrent d'un infiniment petit. Remarquez que cet exemple n'est pas exclu de la mathématique classique, eh ? Je vois signale en passant qu'on peut écrire sans risques – je vais écrire, cela sera plus facile pour vous à voir – $A = 0,99999\dots$ parce que s'il n'y a aucune différence entre $0,99999\dots$ – si vous prenez mes points de suspension jusqu'au bout – et 1, les deux nombres ne diffèrent en rien. Ce sont deux écritures du même nombre. L'un est présenté comme une approche infinie, c'est-à-dire que si vous êtes paresseux et vous arrêtez les 9 à un moment, l'égalité est fautive. Mais si vous le poursuivez jusqu'au bout, c'est la même chose. Donc, même dans l'égalité, nous avons un problème. Alors évidemment, dans l'univers leibnizien des infiniment petits, il faudrait distinguer les deux univers. Dans cet univers-là [113 :00] – je voudrais répondre à votre question – dire en passant que Leibniz donne un exemple de la même chose que je donne, dans le même texte de tout à l'heure.

Je voudrais maintenant décrire dans ce cas-là ce que peut être la notion de séries convergentes. Donc je ne choisis qu'un seul exemple dans cette description, c'est-à-dire je vais faire très rapidement un parallèle entre la notion de série convergente dans l'univers mathématique classique et la notion de série convergente dans l'univers des infiniment petits. Une série convergente, c'est quoi ? Une série de triangles tendant – ou plutôt Deleuze emploie souvent le mot "série convergente" même [114 :00] dans *Logique du sens* il y a longtemps ; je pense que pour les mathématiciens, ce serait plus juste de dire "suite convergente", mais dans ce cas-là, ce n'est pas très grave, ce n'est pas grave. Appelons-le série si vous voulez.

C'est une série dont les termes vont s'approcher d'un point donné, c'est-à-dire on va avoir un point – que je vais dessiner comme ça – qui probablement sera extérieur à la série, mais la série s'en approche. Que veut dire "s'en approche" ? Là je parle en termes classiques. En termes classiques, "s'en approche" veut dire que chaque fois que je situe un cercle près de la série, il y a une intimité de termes dans le cercle et un nombre fini de termes qui sont à l'extérieur. Si je prends un cercle encore plus petit, [115 :00] il y en aura plus là [*il indique le dessin*] que pour le reste, c'est-à-dire il y aura une infinité. C'est ça cette idée de converger, c'est-à-dire si vous voulez, s'approcher indéfiniment, ou comme disaient les traités de mathématiques du début du [vingtième] siècle, être aussi proche de la limite que l'on voudra. Quand on lisait ces textes, ils faisaient toujours rêver les mathématiciens : qui est ce "on", qu'est-ce qu'il "veut" ? Enfin, ceci est une parenthèse. Mais enfin, il y avait écrit dans les doxa des vieux traités qu'on va aussi proche de la limite que l'on voudra. Ça veut dire, aussi proche de la limite que le cercle que j'ai indiqué. C'est comme ça que Weierstrass résume le problème en faisant des cercles de plus en plus petits, en montrant que la série est convergente s'il y a une infinité de termes dans le cercle et un nombre fini de termes à l'extérieur. Ceci est la définition, vous voyez, assez complexe parce qu'elle nous oblige de fabriquer des cercles. La solution [116 :00] n'est pas un choix ; je vous la dessine là : elle dit, chaque fois que vous me donnerez un cercle, moi, je trouverais une infinité de points dans le cercle si c'est convergent, et un nombre fini à l'extérieur du cercle. Donc, la solution que proposera Weierstrass, c'est [*il cite une formule*], on pourra le trouver.

Alors, plaçons-nous maintenant dans l'univers leibnizien des infiniment petits. La série convergente, c'est une série qui s'écrase, qui entre à un moment dans la monade de Leibniz, c'est-à-dire dont la différence des termes avec la limite deviendra à un certain moment et au bout d'un nombre fini de pas infiniment petite, et dont elle entre à ce moment-là dans la monade. Ce qui ne veut pas dire qu'elle est alors... A ce moment-là, j'ai un outil pour décrire ce trou, c'est la

monade, cette espèce de réflexion [117 :00] de l'univers autour de ce point. C'est-à-dire, au fond, il va y avoir – et là on voit le rapport entre fini et infiniment petit, entre infini et infiniment petite – au fond, la monade est une espèce de réflexion de l'univers extérieur, à l'intérieur de l'alentour du point, et si c'est une singularité, autour du centre. Robinson démontre d'ailleurs, c'est assez étonnant, il répondait à la question que Deleuze posait la dernière fois. Il montre qu'il n'y a qu'un seul cas où cette procédure ne marcherait pas : c'est si le point en question est isolé parce que s'il est isolé, je veux dire qu'il n'y a personne autour de lui, la monade serait réduit à elle-même, et ce cas est tout à fait particulier.

Deleuze : Leibniz le dirait avant.

Marek : Leibniz le disait aussi. C'est un théorème, si vous voulez, dans le livre de Robinson. [118 :00] Voilà, si vous voulez, ce que donnerait cet univers-là. Cette description est assez étrange parce qu'en lisant le livre, si on faisait un cours de maths, ces mêmes exemples, les notions paraîtraient tout simples parce qu'on a un ensemble de mots pour parler de la limite. Et cette idée qu'il y a dans ce mémoire de 1701 de Leibniz, c'est-à-dire quand il dit, c'est un ensemble idéal, c'est une "fiction bien fondée", je vous dirais que j'ai presque envie de dire qu'il n'a pas montré que c'était bien fondé, mais la démonstration prendrait beaucoup de temps. De toute façon, une idée se retrouve là. Tout ce mémoire de 1701, qui s'appelle [119 :00] – il est là dans le livre publié chez Blanchard – "Un mémoire de Monsieur Leibniz disant son sentiment sur le calcul différentiel" – il est là dans l'édition Guérard, page 350.

Deleuze : [*les œuvres*] mathématiques ?

Marek : Oui, et là on a une traduction française. Il faudrait lire au fond l'ensemble de cette construction.

Alors, pour terminer, je veux vous dire un mot, c'est que dans l'histoire, antérieurement à Leibniz, il n'y a qu'un seul mathématicien qui ait approché de cette idée. Ce mathématicien – ce n'est pas un hasard parce que Leibniz le cite dans le texte – c'est Archimède. Et Archimède, aussi avec une extrême prudence, [120 :00] a approché de cette idée, mais j'ai presque envie de dire, de manière négative. C'est-à-dire au moment où il l'approche, il la rejette, très clairement. Donc je veux terminer en parlant d'Archimède. Où est-ce que se situe ce rejet ? Dans un texte d'Archimède concernant le calcul des longueurs, le calcul du volume, le calcul des surfaces. Il se trouve devant la situation suivante : si vous prenez une petite ligne et que vous ajoutez un point, est-ce que vous augmentez la ligne ? Renvoyez-la autrement : Si on vous donnait des points, pourriez-vous faire une ligne avec eux ? La réponse est non ; en tout cas, la réponse d'Archimède est non. [121 :00] C'est-à-dire les infiniment petits ne peuvent pas fabriquer une ligne des infiniment petits points. De même qu'en empilant des lignes les unes à côté des autres, vous ne pouvez pas obtenir des surfaces ; il vous en manquera toujours. Il y aura des trous tout le temps ; il y aura des singularités tout le temps. Si on vous donnait, par exemple des segments et que vous devriez faire un carré, un triangle, je ne sais pas, en les empilant... De même qu'avec des surfaces, vous ne pourriez pas fabriquer des volumes. En disant cela, je cite presque textuellement Archimède parce qu'il reprend les trois exemples l'un après l'autre. Par conséquent, il bute devant une difficulté qui est, comment faire pour empiler les points pour faire des lignes ? Et il décide d'adopter la position de rejet, on ne peut pas le faire. Avec des points, on

n'obtient pas les lignes, dit Archimède textuellement ; avec des lignes, on n'obtient pas les surfaces, et avec les surfaces, on n'obtient pas les volumes. [122 :00] Il y insiste en le répétant plusieurs fois.

Comment ferait-on alors avec les infiniment petits, eh bien, à condition qu'on ait bien aussi des infinis, si l'on a des infinis, c'est-à-dire si je peux prendre une infinité ? Donc la fiction se retrouve aux deux bouts pour que ça puisse continuer. Il faut que je puisse prendre une infinité d'infiniment petits pour retrouver un objet classique standard. Et tout le long du texte, Leibniz sent bien cette difficulté parce que chaque fois il y a une imbalance [?] d'infiniment petits. Et je crois qu'une des idées qui pourrait être tenable, c'est ce que Robinson appelle la monade autour d'un point – et ce sera intéressant de le voir au niveau de la singularité [123 :00] – c'est ce qui, il me semble, arrive, c'est que cette idée, cela gère les rapports entre le point singulier et tout ce qui est autour de lui. L'exemple de la série convergente est tout à fait indicatif. Que ce serait une série divergente – je vais terminer sur ça – ça serait une série qui n'entre pas dans la monade, la monade au sens de Robinson. Voilà, je prends des questions... Je ne sais pas si ce que j'ai dit est très latéral.

Deleuze : Oh, pas du tout, pas du tout. Alors, là, je trouve ça formidable. Je trouve ça formidable pour nous parce que c'est un tel apport. Vous comprenez, je prends un des thèmes qu'il a eus là : voilà un mathématicien moderne qui donc est amené à se servir [124 :00] mathématiquement de la notion de monade. Alors cela m'éclaire aussi parce que [*inaudible*] fait partie aussi de ton département ; Gilles Châtelet ne cesse aussi de faire du travail mathématique, où il a besoin de la notion de monade, c'est-à-dire un disciple de Robinson. Et ce qui m'intéresse, c'est la définition mathématique qu'il donne de la monade, alors qu'en effet, il n'y a pas de définition mathématique de la monade chez Leibniz. Et il nous dit, si j'ai bien suivi, la monade, elle est formée de points singuliers avec ce qui se passe autour, une fois dit – avec ce que tu as appelé le nuage autour – une fois dit que "le nuage" et "autour" sont définis strictement mathématiquement. [125 :00] Alors si on se dit et si j'apprends que c'est une notion mathématique et il y a une valeur actuelle là, voyez tout de suite ce que j'ai là : je dis, de telles monades mathématiques sont précisément des individus parce que la définition – je ne sais pas si vous y êtes sensibles – coïncide tout à fait avec ce que je voulais dire : un condensé de points singuliers prolongeables, c'est-à-dire avec la vie autour, défini par la prolongation dans toutes les directions, c'est exactement la définition de Robinson. Je ne le savais pas, mais c'est une joie pure.

Alors, je dirais presque, non, pour moi, c'est une intervention d'une richesse extraordinaire que tu as bien voulu faire par ce que cela nous apprend. Je voudrais juste revenir sur un point, le seul point où j'aurais des problèmes après avoir bien écouté. C'est le point [126 :00] sur ce que tu dis à propos des textes autour de 1700 chez Leibniz parce que – j'ouvre une parenthèse avant de passer très rapidement à ce point – tu montres très bien que chez Skolem, les nombres infinis sont soumis exactement aux mêmes règles, c'est-à-dire de l'axiomatique. Donc tu dis, surtout il ne faut pas les confondre avec les transfinis, si je comprends bien là, [*Marek* : C'est ça] il ne faut surtout pas les confondre avec les transfinis de Cantor, parce que les transfinis, eux, ne font pas partie de la même axiomatique que... C'est ça, eh ? [*Marek* : Oui] Donc, les nombres, il n'a pas un nom spécial pour empêcher la confusion ? Il dit nombres infinis. [*Marek* : Il dit nombres

infinis non-standards.] Ah oui, il y a non-standard. Je ne connais pas, comment ça s'écrit Skolem ? [Marek l'épèle pour Deleuze] Il est de quand ?

Marek : Ses travaux sont surtout autour de 1934. En passant, d'ailleurs, il est auteur dans la même année [127 :00] dont je n'ai pas parlé, c'est un paradoxe, dit le paradoxe de Skolem [Deleuze : Ah, je ne connais pas] qui est tout à fait étonnant parce que l'une des idées qu'on a eue après l'article de Skolem, c'est de se dire – vous vous rappelez tout à l'heure j'ai dit qu'un extraterrestre aurait pu apprendre l'arithmétique ; alors évidemment le modèle de l'arithmétique que nous avons dans la tête – 0, 1, 2, 3,4, 5 – est plus petit parce que ce que j'ai dit, l'extraterrestre peut étendre ce système. Alors une des réponses qu'avaient été faites à Skolem : oui, bon, enfin le modèle qu'on a dans la tête est toujours le plus petit, et là où le système est paradoxal – et c'est ça ce qu'on appelle le paradoxe de Skolem – c'est que si on donnait à un extraterrestre l'axiomatique de la théorie des ensembles, le modèle qu'il fabriquerait n'est pas le plus petit. Le modèle qu'il fabriquerait peut être plus petit que celui qu'on a dans la tête. C'est-à-dire [128 :00] il y a le modèle plus petit que celui que nous connaissons, [Deleuze : Oui, oui, oui] c'est-à-dire il y a des modèles, enfin, j'irais même plus loin, des modèles non-dénombrables qui contiennent les ensembles non-dénombrables, c'est ce qu'on appelle actuellement le modèle minimal. Alors, c'est paradoxal, c'est paradoxal ; la solution de ce paradoxe de Skolem n'est pas simple. Je citerai en passant que dans le livre *La théorie axiomatique des ensembles*, Jean-Marie Krivine – qui écrit, il paraît, un très, très beau livre – résout le paradoxe de Skolem par une pirouette.

Deleuze : Il écrit en quelle langue, Skolem.

Marek : Skolem écrit en Allemand. L'article de 1934 est en allemand, mais lui est scandinave [de Norvège].

Deleuze : Alors moi, j'aurais envie de présenter les choses comme ceci à propos surtout des textes de 1700. Les textes auxquels tu faisais allusion, [129 :00] Leibniz dit tout le temps, ou semble dire, vous savez, il ne faut pas exagérer, surtout contre Fontenelle. La question n'est pas de savoir s'il y a des infiniment petits ou pas. La question est par quel calcul les infinités marchent, fonctionnent. [Fin de l'enregistrement BNF]

¹ Le texte, jusqu'à la minute 59, est la transcription disponible à Web Deleuze, suppléée avec quelques ajouts de l'enregistrement de la BNF ; les 70 minutes ultérieures sont nouvellement transcrites et tirées entièrement de l'enregistrement de la BNF.

² Ce collègue mathématicien de Deleuze, Marek, reste non-nommé par Deleuze dans les séances différentes jusqu'à la séance du 3 février quand Marek est absent et Deleuze se réfère à ce qu'il dit dans la présentation suivante. Chose curieuse : même dans le résumé de cette séance par Frédéric Astier (*Les Cours enregistrés de Gilles Deleuze, 1979-1987* [Sils Maria, 2006]), Astier ne désigne ce collègue invité qu'avec le terme "un intervenant (mathématiques)" (p. 167). Pourtant, il est possible qu'il s'agisse d'un professeur de mathématiques à Vincennes-St. Denis, Milos Marek. Mais, malgré nos efforts de consultation avec des experts pour l'identifier et n'ayant pas de confirmation précise de cette identité, je le désigne simplement avec le nom donné par Deleuze.

³ Cité en français dans Robinson, *Nonstandard Analysis* (North Holland, 1970), pp. 261-262.

⁴ Cité en français dans Robinson, *Nonstandard Analysis*, p. 262.

⁵ Cité en français dans Robinson, *Nonstandard Analysis*, pp. 262-263.

⁶ Voir une citation dans *Nonstandard Analysis*, p. 263.